

**LEER
PARA
SABER
MÁS**

$$x + \frac{3n-4}{n^2-2n+2}$$

Leer en matemáticas: guía pedagógica para el maestro



ALCALDÍA MAYOR
DE BOGOTÁ D.C.

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN



**LEER
PARA
SABER
MÁS**

Leer en matemáticas: guía pedagógica para el maestro



SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN



Alcaldía de Bogotá

Alcaldesa de Bogotá
Claudia López Hernández

Secretaria de Educación del Distrito
Edna Cristina Bonilla Sebá

Dirección de Ciencias, Tecnología y Medios Educativos
Ulía Yemail Cortés

Directora de la Evaluación de la Educación
Luz Maribel Páez Mendieta

Leer para Saber Más

Nohora Patricia Duarte Agudelo
Paola Isabel Mejía Rodríguez
Stephanie Puentes Valbuena

Equipo de Matemáticas

Luisa Fernanda Sánchez Giraldo
Christian Camilo Bravo Buitrago
Arturo Poveda Becerra
Mónica Lizeth Acosta

Leer para Saber Más: Matemáticas
© Alcaldía de Bogotá

© Secretaría de Educación del Distrito



SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN



**LEER
PARA
SABER
MÁS**

Alcaldía de Bogotá

bogota.gov.co/
Secretaría de Educación del Distrito educacionbogota.edu.co/porta_institucional/inicio

Primera edición: Bogotá, 2021
Bogotá, 2021 Impreso en Colombia

Printed in Colombia

DISTRIBUCIÓN GRATUITA PROHIBIDA SU VENTA

Introducción

Aportar elementos para que los estudiantes de todos los niveles educativos avancen en sus competencias lectoras es una de las metas de la ciudad, del país y del mundo actual, debido a las exigencias que día a día deben asumir para desenvolverse en diversos contextos sociales, académicos y cotidianos. Dentro de los indicadores que brindan información sobre el avance de estas competencias se encuentran los resultados de la prueba de Matemáticas en el Examen Saber 11, que el Icfes aplica anualmente a los estudiantes que terminan la educación media.

En esta línea, la estrategia *Leer para Saber Más*, de la Dirección de Ciencia, Tecnología y Medios Educativos y de la Dirección de Evaluación de la Secretaría de Educación del Distrito, pone a disposición de los docentes la presente guía en la que se recogen algunos de los principales elementos de orden conceptual de esta prueba y se analizan textos y preguntas similares a las que abordan los estudiantes en estas pruebas, así mismo, se dan recomendaciones para su presentación.

Para lo anterior, esta guía se organiza en 4 apartados. En el primero, se sintetizan los principales elementos conceptuales de la

prueba de matemáticas. En el segundo, a manera de ejemplo, se proponen tres tipos de preguntas similares a la que contestarán los estudiantes en estas pruebas y se plantean elementos para analizar sus características. En el tercer apartado, se proponen orientaciones pedagógicas que aportan al trabajo de aula.

1. Conceptualización

La prueba de matemáticas evalúa las competencias de los estudiantes para enfrentar situaciones que pueden resolverse con el uso de algunas herramientas matemáticas. De acuerdo con lo anterior, se integran competencias y contenidos en distintas situaciones o contextos, en los cuales las herramientas matemáticas cobran sentido y son un importante recurso para la comprensión de situaciones, la transformación de información, la justificación de afirmaciones y la solución de problemas. (Icfes, 2021, p. 32).

Esta prueba evalúa tres competencias relacionadas a continuación:

1. Interpretación y representación.
2. Formulación y ejecución.
3. Argumentación.

Estas competencias se evalúan a partir de 4 situaciones o contextos que son descritos a continuación:

- A. Familiares o personales
- B. Laborales u ocupacionales.
- C. Comunitarios o sociales.
- D. Matemáticos o científicos.

En el siguiente apartado, se analizan tres tipos de competencias indagadas en cada caso.

Ejemplos de textos, preguntas y recomendaciones de lectura

A continuación, se presentan tres ejemplos de textos y para cada uno se analizan sus principales características, se propone una pregunta y se dan sugerencias de lectura relacionadas con el tipo textual. Estos ejemplos se han elaborado especialmente para los estudiantes de grados 9º, 10º y 11º de los colegios distritales interesados en profundizar en esta prueba¹.

El primer ejemplo hace referencia a la lectura e interpretación matemática de un diagrama de árbol para transformarlo en una tabla. El segundo ejemplo, representa una situación problema cuya resolución se basa en la interpretación de dibujos para evidenciar los conceptos matemáticos relacionados; y el tercer ejemplo, es un texto que explica una característica distintiva de un conjunto de números y a partir de ella identificar números que cumplen o no estos rasgos.

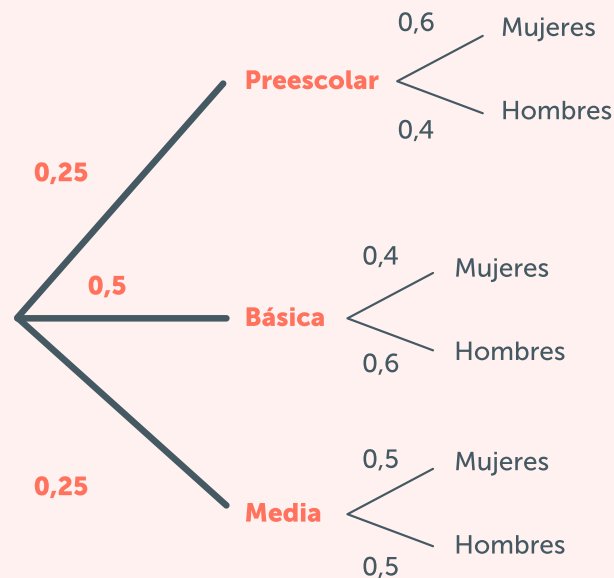
¹ El material llega a los colegios a través de los maestros inscritos en la estrategia "Leer para Saber Más".

Pregunta 1

LECTURA PARA SABER MÁS

LECTURA EN MATEMÁTICAS ENUNCIADO

La imagen muestra la distribución de estudiantes, hombres y mujeres, por niveles escolares de un colegio de la ciudad de Bogotá:



Pregunta de selección múltiple

Si la cantidad de estudiantes de la institución es 1000, la información presentada en el diagrama puede ser representada en una tabla como:

A.

	Hombre	Mujer	Total
Prescolar	100	150	250
Básica	300	200	500
Media	125	125	250
Total	525	475	1000

B.

	Hombre	Mujer	Total
Prescolar	100	200	300
Básica	125	150	275
Media	300	125	425
Total	525	475	1000

C.

	Hombre	Mujer	Total
Prescolar	125	125	250
Básica	250	250	500
Media	125	125	250
Total	500	500	1000



D.

	Hombre	Mujer	Total
Prescolar	100	150	250
Básica	125	125	250
Media	300	200	500
Total	525	475	1000

Lee en matemáticas

El ítem anterior requiere la interpretación de un diagrama de árbol. Los diagramas de árbol se usan para trabajar grandes cantidades de datos. Tienen la ventaja de que transmiten mucha información, ordenada y clasificada empleando pocos esquemas. Por esta razón, permiten una visión rápida y global del asunto estudiado, y facilita tener en cuenta todas sus posibilidades. Por ejemplo, en el diagrama que presenta el enunciado podemos distinguir entre tres niveles escolares y la distribución de hombres y mujeres en cada uno. En este caso, un sencillo diagrama de árbol sirve para comprender la clasificación de cada uno de los objetos considerados.

Los diagramas de árbol tienen las siguientes características:

- Parten de una categoría central y se extienden hacia los extremos. Siempre va de más a menos, derivando hacia lo específico.
- El concepto o la categoría inicial corresponde al tronco del árbol del que se desprenden las ramas.
- Las ramas corresponden a otros conceptos o categorías que se subordinan al concepto o categoría inicial.
- El diagrama de árbol se ordena de izquierda a derecha. Esta forma de organización determina la manera en que debe leerse.
- Este tipo de esquema permite sistematizar información de manera concisa, permitiendo su comprensión en un solo "golpe de vista".

El diagrama de árbol permite separar conceptos para ser analizados de manera detallada.

Los diagramas de árbol se componen de las siguientes partes:

- **Nodos:** son las categorías de las que se desprenden los demás elementos.
- **Ramas:** son las líneas que conectan los nodos, teniendo en cuenta las relaciones que existe entre estos.
- **Segundas ramas:** son líneas que se desprenden de las primeras ramas y desglosan la información con mayor detalle.

Los diagramas de árbol emplean siempre el mismo tipo de estructura. Lo que cambia son los elementos que los componen. Teniendo en cuenta esto, este tipo de diagramas pueden ser empleados para distintos objetivos: proyectos económicos, sociales, organizacionales y, por supuesto, matemáticos.

Consideraciones para leer diagramas de árbol

1. Debes identificar las relaciones que se dan entre los elementos gráficos; por ejemplo, las líneas en el diagrama de árbol representan las relaciones entre categorías y permiten inferir información que no está explícita.
2. Para facilitar la realización de la inferencia es necesario leer el esquema de izquierda a derecha, identificar que hay una derivación, en el caso del ejemplo de la pregunta anterior, en 3 grupos y, a partir de estos, una derivación en 6. Esta manera de organizar la información expresa que hay elementos que pertenecen a una categoría que los engloba, es decir, que en preescolar se encuentran hombres y mujeres.
3. A partir de la identificación de las relaciones de los elementos del gráfico, es necesario categorizar la información para formular conclusiones que puedan ser representadas en un nuevo esquema, por ejemplo, tablas. Estas conclusiones surgen de un proceso de deducción de algo que no está explícito en el gráfico, lo que implica la aplicación de procedimientos matemáticos (comparaciones, adiciones, etc.).

La pregunta 1, evalúa la competencia de **interpretación y representación**. Para resolverla, se espera que el estudiante pueda identificar, a partir de las características del diagrama, la información que se está presentando y con base en ella pueda realizar traducciones para mostrar los datos usando otros tipos de representación. En esta situación particular, se espera que el estudiante reconozca las diferentes maneras de expresar un porcentaje (razón, número decimal) y su significado en situaciones de conteo para distribuir elementos en conjuntos. Para la lectura de un diagrama de árbol, se inicia de izquierda a derecha con el nudo central desde donde se desprenden las ramas de primera generación. Es de anotar que en el árbol cada rama representa un número de posibilidades y está acompañada de su probabilidad.

Al final de cada rama de primera generación, se encuentra un nudo del cual parten nuevas ramas conocidas como ramas de segunda generación y así sucesivamente hasta llegar al final del experimento o nudo.

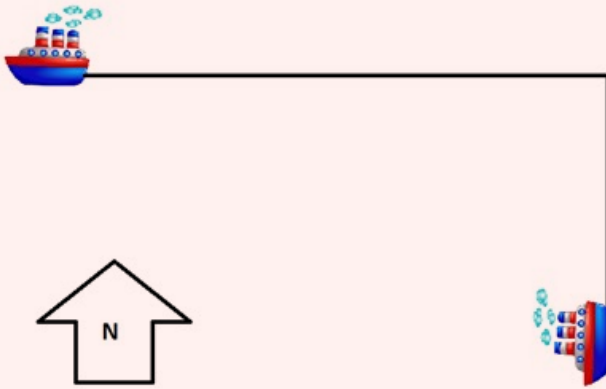
Una de las maneras de leer el árbol para llegar a la representación de la información en tabla es ir leyendo cada una de las ramas a la luz de la información que da la situación al final, que corresponde al número de estudiantes del colegio. De esta forma, se van calculando los porcentajes a los que se hace referencia en relación con el número total de estudiantes. Con esta premisa, se identificará en las ramas de primera generación que

250 estudiantes son de preescolar, 500 de básica y 250 de media. Esta es la información base para leer las ramas de segunda generación. Así, por ejemplo, si tomamos la rama de los estudiantes de básica vamos a identificar que, del total de 500 estudiantes, 200 son mujeres, correspondiente al 40% de 500, y 300 son hombres, correspondiente al 60% de 500.

Al realizar el ejercicio completo, se encontrará que la respuesta correcta es la A, ya que es la tabla que relaciona la distribución porcentual del total de estudiantes del colegio con base en la información dada por el diagrama de árbol. Al revisar cuidadosamente las demás opciones se encontrarán errores en la organización de la información que no concuerdan con la estructura dada al inicio en el diagrama.

La opción B presenta errores desde la primera parte de la distribución porcentual porque 300 no corresponde al 25 % de 1000, ni 250 al 50 %, ni 425 al 25 %. De manera similar con la opción D, están intercambiados los porcentajes correspondientes al número de estudiantes de básica y media. Para el caso de la opción C, la distribución porcentual de la primera rama, es decir lo que está en la última columna, es correcta. Los valores no correspondientes son los de la primera columna, es decir, los de la segunda generación del árbol: para el caso de preescolar la base de cálculo es 250, de esos 250 el 60 % son mujeres y el 40 % hombres. Estos porcentajes no corresponden a los valores consignados en la primera columna de la tabla.

Pregunta 2



LECTURA PARA SABER MÁS

LECTURA EN MATEMÁTICAS ENUNCIADO

Dos barcos salen de un puerto al mismo tiempo y en línea recta, uno hacia el oeste a razón de 30 metros por hora y el otro al sur a 17 metros por hora. La siguiente gráfica ilustra la situación:

Pregunta de selección múltiple

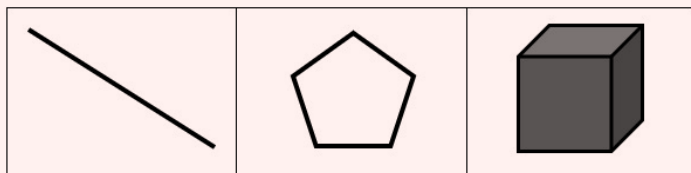
Tomando en consideración que el tiempo se empieza a contar después de la salida de ambos barcos, ¿cómo se puede proceder para encontrar la distancia de los barcos en función del tiempo?

1. Establecer la función lineal que describe el desplazamiento de cada uno de los barcos e igualarlas despejando el tiempo expresado para ambas ecuaciones.
2. La distancia se halla con el teorema de Pitágoras, dado que los catetos corresponden a la distancia recorrida por cada barco en función del tiempo.
3. Por teorema de Pitágoras se determina la distancia entre los barcos tomando los valores iniciales de velocidad como catetos en el teorema.
4. Se establece la función lineal que describe el movimiento de cada barco para así proceder a despejar ambas en función del tiempo y se igualan.

Lee en matemáticas

Muchas veces los problemas matemáticos hacen uso de lo que se conoce como lenguaje icónico. Este es un tipo de lenguaje que transmite información por medio de imágenes que pueden ser:

Figuras: representaciones visuales que están compuestas por un conjunto de puntos, líneas, planos y cuerpos que tienen determinada forma, tamaño y posición en un espacio. La disposición de los conjuntos, especialmente de los puntos y líneas, estos representarán la figura a formar.



Símbolos: figuras, dibujos u objetos elegidos convencionalmente para representar un concepto o una idea. Ahora bien, los signos matemáticos son aquellos elementos gráficos que se usan para efectuar una operación o expresar una relación matemática. Veamos algunos ejemplos:

SÍMBOLO	SIGNIFICADO	EJEMPLO
+	Adición	$5 + 6 = 11$ significa que, si a cinco se le agrega 6, la suma, es 11.
√	Raíz cuadrada de...	$\sqrt{x^2} = x $ \sqrt{x} significa: el número positivo cuyo cuadrado es x

<	Es menor que	$x < y$ significa: x es menor que y
>	Es mayor que	$x > y$ significa: x es mayor que y

La interpretación de este tipo de lenguaje debe hacerse teniendo en cuenta el contexto en que se presenta. Por ejemplo, en el caso de esta pregunta, vemos una flecha con una N en su interior, esto es un símbolo que representa la convención de los puntos cardinales.

Consideraciones para leer la pregunta 2

1. Para interpretar el contexto en el que se sitúa el problema matemático es necesario reconocer la conexión entre los significados de los elementos que emplean el lenguaje verbal; es decir la descripción de la situación y el lenguaje icónico como los barcos, las líneas y la convención cardinal.
2. En este caso, el enunciado anterior presenta información de dos barcos que toman direcciones diferentes y la figura que lo acompaña traduce esta información de forma gráfica. Lo sabemos por la información que se encuentra en el enunciado de la pregunta, por su distribución en la representación y por el uso de las líneas, además de la convención de un punto cardinal, a través de una flecha y la letra N. A través de este podemos interpretar que uno va hacia el oeste y otro hacia el sur.

Esta segunda pregunta evalúa la competencia de **formulación y ejecución**. La resolución de problemas es uno de los procesos de la actividad matemática que se presenta como principal eje organizador del currículo de matemáticas, ya que las situaciones problema proporcionan un contexto en donde el quehacer matemático cobra sentido y se presenta de forma más aplicada para los estudiantes. Para la resolución de este tipo de preguntas, se espera que construyan un plan de solución bajo unas premisas dadas.

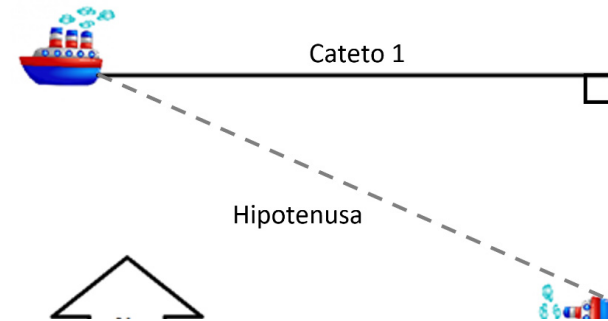
Uno de los objetivos del abordaje de la resolución de problemas en matemáticas es que los estudiantes desarrollen la capacidad de plantear y aplicar diferentes estrategias para su resolución, entre las que se incluyen el ensayo y error, la elaboración de tablas y listas ordenadas, la elaboración de diagramas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción de problemas similares. En la resolución de problemas se suele destacar el desarrollo de diversas fases: comprensión del problema, planificación de la estrategia de solución, solución del problema, análisis del proceso², así como la selección de la información relevante para la solución del problema.

Dado que las matemáticas son abstractas, recurrir a estrategias de comprensión tales como diagramas, tablas, gráficos o cualquier otra forma que permita expresar la información, es vital para el diseño de un plan que evidencie las matemáticas presentes en la situación para proceder a planificar una posible solución.

En esta pregunta se describen las trayectorias de dos barcos que se desplazan en línea recta: uno hacia el oeste y el otro hacia el sur, por lo cual ambas trayectorias forman un ángulo de 90° entre sí. Si en la figura presentada en el enunciado trazamos el

² Blanco Nieto, L. J., Cárdenas Lizarazo, J. A., Caballero Carrasco, A., Cáceres García, M. J., Carvalho, J. L. T., Casas García, L. M., ... & Pino Ceballos, J. (2015). *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria*. Cáceres: Universidad de Extremadura, Servicio de Publicaciones, 2015.

segmento que corresponde a la distancia entre los barcos, observamos que el resultado es un triángulo rectángulo como se ilustra a continuación.



La línea punteada en la figura representa la distancia entre los barcos y, como vemos, corresponde con la hipotenusa del triángulo rectángulo. Por su parte, la distancia que ha recorrido cada uno de los barcos corresponde a cada uno de los catetos, además, esta distancia se calcula en cada caso multiplicando la velocidad del barco por el tiempo transcurrido. De esta forma, es posible identificar que se cumplen las condiciones para aplicar el teorema de Pitágoras y de esta forma expresar la distancia (hipotenusa del triángulo) en términos del tiempo (la longitud de cada cateto del triángulo está expresada en términos del tiempo). Por todo lo anterior, la respuesta correcta es la opción B.

La opción A propone encontrar la función lineal que describe el desplazamiento de cada uno de los barcos. Esto es correcto, sin embargo, luego pide igualarlas y esto no permite encontrar la distancia entre los barcos. De manera similar ocurre en la opción D, que propone igualar las funciones sin usar otro recurso que permita encontrar la distancia entre ellas. Finalmente, la opción C recurre al teorema de Pitágoras para calcular la distancia que se busca entre los barcos, sin embargo, es impreciso al expresar que los valores de los catetos corresponden a valores de velocidad cuando estos corresponden a distancias.

Pregunta 3

LECTURA PARA SABER MÁS

GUÍA 3 PARA ESTUDIANTES LEER EN MATEMÁTICAS

ENUNCIADO

Un número natural se denomina número feliz si al hacer la suma de los cuadrados de sus dígitos de forma sucesiva se llega a obtener el número 1. De otra forma, si al reiterar el procedimiento se cae en un bucle, o repetición de un número, se concluye que este es un número infeliz. Para comprenderlo mejor, veamos unos ejemplos:

Tabla 1

Número	365	2020
Procedimiento	$3^2 + 6^2 + 5^2 = 70$ $7^2 + 0^2 = 49$ $4^2 + 9^2 = 97$ $9^2 + 7^2 = 130$ $1^2 + 3^2 + 0^2 = 10$ $1^2 + 0^2 = 1$	$2^2 + 0^2 + 2^2 + 0^2 = 8$ $8^2 = 64$ $6^2 + 4^2 = 52$ $5^2 + 2^2 = 29$ $2^2 + 9^2 = 85$ $8^2 + 5^2 = 89$. (*) $8^2 + 9^2 = 145$ $1^2 + 4^2 + 5^2 = 42$ $4^2 + 2^2 = 20$ $2^2 + 0^2 = 4$ $4^2 = 16$ $1^2 + 6^2 = 37$ $3^2 + 7^2 = 58$ $5^2 + 8^2 = 89$ (*)
Conclusión	365 es un número feliz porque al realizar el procedimiento reiteradamente se llega a un 1	2020 es un número infeliz porque al repetir el procedimiento llegamos a un bucle (se repite el número 89)

Con base en la explicación anterior de la Tabla 1. Camila decide repetir el procedimiento con los números 4, 12 y 7 para identificar si son felices o infelices:

Tabla 2.

4	12	7
$4^2 = 16$	$1^2 + 2^2 = 5$	$7^2 = 49$
$1^2 + 6^2 = 37$	$5^2 = 25$	$4^2 + 9^2 = 97$
$3^2 + 7^2 = 58$	$2^2 + 5^2 = 29$	$9^2 + 7^2 = 130$
$5^2 + 8^2 = 89$	$2^2 + 9^2 = 85$	$1^2 + 3^2 + 0^2 = 10$
$8^2 + 9^2 = 145$	$8^2 + 5^2 = 89$	$1^2 + 0^2 = 1$
$1^2 + 4^2 + 5^2 = 42$	$8^2 + 9^2 = 145$	
$4^2 + 2^2 = 20$	$1^2 + 4^2 + 5^2 = 42$	
$2^2 + 0^2 = 4$	$4^2 + 2^2 = 20$	
$4^2 = 16$	$1^2 + 0^2 = 1$	

Pregunta de selección múltiple

De acuerdo con la información de la Tabla 2, ¿cuál de las siguientes conclusiones es correcta?

- 7 y 12 son números felices porque al repetir el procedimiento se llega al número 1.
- 4 no es un número feliz porque el procedimiento realizado es incorrecto.
- Solo 7 es feliz porque para 4 hay un bucle y para 12 hay un error de procedimiento.
- Los tres son felices porque 12 y 7 terminan en 1 y 4 se completa hasta tener 1.

Lee en matemáticas

En algunos casos, los problemas matemáticos nos exigen interpretar información que se encuentra en organizadores gráficos, comprendidos como una forma de ordenar la información de manera visual para facilitar su comprensión. Mediante estos se puede esquematizar la información destacando datos importantes en relación con un concepto o un tema en particular de forma concisa.

Dentro de los organizadores gráficos se encuentran los mapas conceptuales, organigramas, diagramas de Venn, tablas de datos, cuadros sinópticos, mapa de ideas, líneas de tiempo, diagramas de causa-efecto y mentefactos.

En el caso particular de la pregunta 3, la organización de la información se presenta mediante tablas de datos. Este tipo de organizador gráfico se caracteriza por disponer la información, usualmente, a partir de columnas y filas. Las columnas se denominan campos y en ellas se presentan unas categorías que se relacionan con los datos que aparecen en las filas, las cuales se denominan registros. Este tipo de tablas se debe leer de izquierda a derecha y de arriba abajo, de tal manera que se va relacionando la información de las columnas con la información de las filas.

Las tablas de datos tienen diversos usos: organizar actividades, organizar cronogramas, llevar cuentas, realizar cálculos financieros, realizar comparaciones, entre otras.

Para interpretar las tablas hay que aprender a “Leer entre datos”. Esto quiere decir que se debe inferir información

a partir del cruce de datos, así como analizar los resultados que se obtengan de esta interpretación.

Consideraciones para leer la pregunta:

1. Reconoce la definición que presenta el enunciado ya que es fundamental para comprender la tarea que se debe realizar para responder la pregunta. El concepto definido está ejemplificado en la tabla 1.
2. Para leer la tabla 1, debes identificar que la columna de la izquierda denomina unas categorías cuya explicación se encuentra en las dos columnas de la derecha. La fila “número” presenta los números que se van a analizar. La fila “procedimiento” presenta el proceso que se realiza para obtener un resultado. Por último, la fila “conclusión” establece la relación entre el resultado del procedimiento y su relación con la definición del concepto número feliz e infeliz.
3. Para leer la tabla 2, debes identificar que la fila superior hace referencia a los números con los que se realizó el mismo procedimiento señalado en la tabla 1. La segunda fila muestra el proceso realizado y el resultado obtenido.
4. La tarea que se debe realizar en esta pregunta es evaluar el ejercicio realizado por Camila en la tabla 2, comprobando si los resultados que ella obtuvo son correctos y, a partir de esto, elegir la conclusión que sustenta el ejercicio.

La tercera pregunta evalúa la competencia de **argumentación**. Por tanto, se espera que los estudiantes argumenten a favor o en contra de un procedimiento para resolver un problema a la luz de criterios presentados o establecidos. Para esto deben comprender e interpretar el texto en articulación con sus conocimientos de aritmética básica.

La situación ejemplifica el procedimiento realizado por un estudiante utilizando la presentación previa del algoritmo, es decir, la serie de pasos y procedimientos que se deben llevar a cabo, para identificar si un número es feliz o infeliz. Al abordar este tipo de problemas, lo primero es establecer que las propuestas de solución presentadas efectivamente acaten los lineamientos dados para la resolución de la situación. En otras palabras, verificar la validez de las afirmaciones. Una vez se haya identificado su veracidad, el siguiente paso es revisar si el argumento de justificación dado se encuentra en correspondencia con la afirmación propuesta.

En este tipo de problemas no es suficiente con establecer si la afirmación inicial es correcta, sino que se debe verificar que la justificación corresponda directamente con lo que se afirma. No basta con que ambas sean ciertas, se puede dar el caso de que la justificación sea cierta, pero no responda a lo que directamente se indaga en la pregunta.

Al abordar la pregunta, se pueden seguir estos pasos:

- Reconocer la definición que presenta el enunciado, ya que es fundamental para comprender la tarea que se debe realizar. El concepto definido está ejemplificado en la tabla 1.

- Para leer la tabla 1, se debe identificar que la columna de la izquierda denomina unas categorías cuya explicación se encuentra en las dos columnas de la derecha. La fila "número" presenta los números que se van a analizar. La fila "procedimiento" presenta el proceso que se lleva a cabo para obtener un resultado. Y, por último, la fila "conclusión" establece la relación entre el resultado del procedimiento y el concepto de número feliz e infeliz.
- Para leer la tabla 2, se debe identificar que la fila superior hace referencia a los números con los que se realizó el mismo procedimiento enseñado en la tabla 1. Y la segunda fila muestra el proceso realizado y el resultado obtenido.
- La tarea que exige realizar esta pregunta es evaluar el ejercicio realizado por Camila en la tabla 2, comprobando si los resultados que ella obtuvo son correctos y a partir de esto elegir la conclusión que sustenta el ejercicio.

Siguiendo estos pasos se determina que la respuesta correcta es la C, ya que el número 7 es el único que cumple la condición de ser feliz. Para el caso del número 4 hay un bucle y para el número 12 hay un error de procedimiento. La opción A es incorrecta, ya que 12 no es un número feliz. En la penúltima línea del procedimiento presentado por Camila hay un error.

En la opción B, 4 efectivamente no es un número feliz, sin embargo, en el procedimiento no se presenta error alguno, por lo tanto, el argumento no justifica la afirmación haciendo que esta opción sea incorrecta. La opción D también es errónea porque no todos los números son felices: 4 es infeliz, el procedimiento es correcto; 12 es infeliz, el procedimiento es incorrecto; y 7 es feliz, el procedimiento es correcto.

Orientaciones pedagógicas

Las matemáticas son una ciencia formal que a partir de axiomas y siguiendo un razonamiento lógico, estudian propiedades y relaciones entre entidades abstractas como números, figuras geométricas, iconos y símbolos. En otras palabras, las matemáticas son una agrupación de **lenguajes formales** que se usan para plantear problemas, analizarlos desde diferentes miradas y resolverlos en diferentes contextos.

Reconociendo la estructura de las matemáticas como un lenguaje formal, se evidencia su estrecha relación con la lectura. Ejemplo de ello es cuando los estudiantes interpretan textos tales como consignas, enunciados de problemas, números, explicaciones de procedimientos, argumentos que justifican lo realizado, fórmulas, dibujos, tablas, esquemas, definiciones, propiedades, portadores de información matemática, textos históricos, de divulgación, etc.

Parte de la capacidad de comprender en matemáticas, implica la posibilidad de comunicarlas y expresarlas de distintas formas, usando el lenguaje matemático y sus representaciones. De esta forma, los objetos matemáticos adquieren significado para una persona, cuando hace uso de sus diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se evidencia que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.

Esto implica que leer en matemáticas va más allá de comprender enunciados de problemas. En un sentido amplio implica interpretar la variedad de expresiones que usa la disciplina para representar una misma noción u objeto matemático.

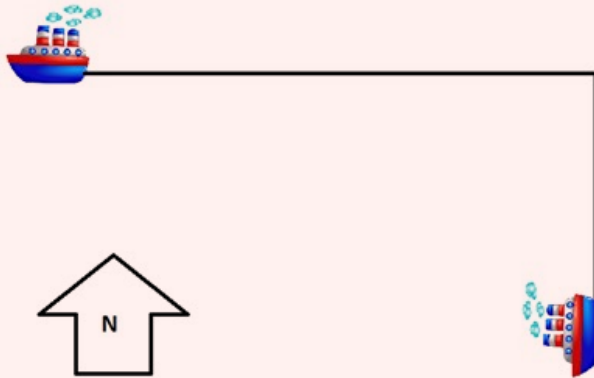
La enseñanza de las matemáticas debe fortalecer el tránsito de representaciones en el uso de imágenes, dibujos o símbolos cuya misión es facilitar la comprensión de los conceptos. Sin embargo, la conexión entre las representaciones no siempre se produce de manera obvia, sino que requiere de procesos de interpretación, "cada vez que los estudiantes son introducidos a una nueva representación, tienen que aprender cómo se utiliza y se interpreta en la comunidad matemática y en su aula de matemáticas. Por otra parte, no es suficiente para considerar esta representación de forma aislada para no confundirla con el objeto matemático correspondiente, pero las conexiones con otras representaciones de este objeto deben estar presentes con el fin de ir más allá de la representación específica y para ser capaz de cambiar entre diferentes representaciones" (Dreher y Kuntze, 2015, p. 91).

Considerando esto último y partiendo de la gama de posibilidades que ofrece el lenguaje para el fortalecimiento de las matemáticas, se concluye que leer en matemáticas es mucho más que leer enunciados. Implica la interpretación de números, cálculos, gráficos, tablas, dibujos, entre otros. Para construir el sentido de las nociones matemáticas, los estudiantes deben enfrentarse a una variedad de textos y de representaciones propias del área.

A continuación, se aborda como ejemplo la pregunta 2 de la sección anterior, con el fin de profundizar en la interpretación del lenguaje no verbal, en ejercicios matemáticos.

ENUNCIADO

Dos barcos salen de un puerto al mismo tiempo y en línea recta, uno hacia el oeste a razón de 30 metros por hora y el otro al sur a 17 metros por hora. La siguiente gráfica ilustra la situación:



Pregunta de selección múltiple

Tomando en consideración que el tiempo se empieza a contar después de la salida de ambos barcos, ¿cómo se puede proceder para encontrar la distancia de los barcos en función del tiempo?

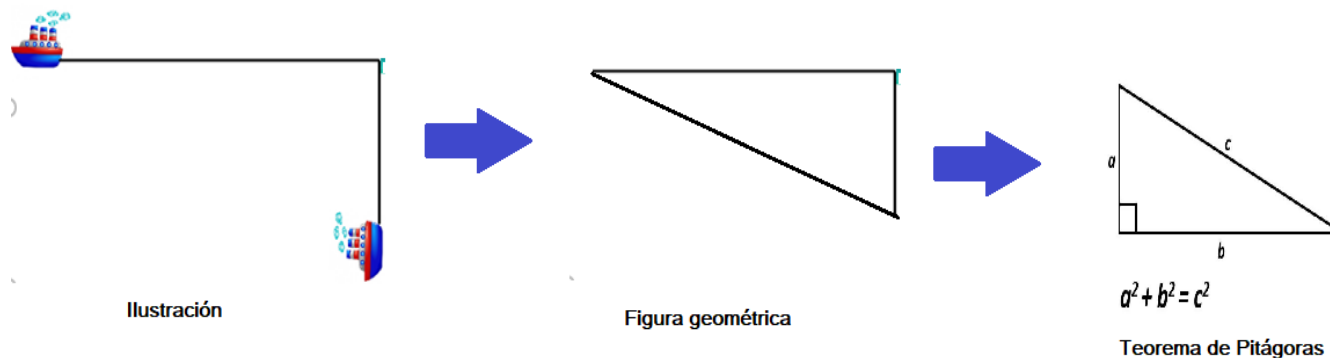
1. Establecer la función lineal que describe el desplazamiento de cada uno de los barcos e igualarlas despejando el tiempo expresado para ambas ecuaciones.
2. La distancia se halla con el teorema de Pitágoras, dado que los catetos corresponden a la distancia recorrida por cada barco en función del tiempo.
3. Por teorema de Pitágoras se determina la distancia entre los barcos tomando los valores iniciales de velocidad como catetos en el teorema.
4. Se establece la función lineal que describe el movimiento de cada barco para así proceder a despejar ambas en función del tiempo y se igualan.

La resolución de problemas en matemáticas ocurre a partir de la capacidad de interpretar un tipo de código que no es verbal. Estos códigos en el área de matemáticas están compuestos por signos, como los números, símbolos, figuras geométricas, entre otros.

Estos códigos siguen el mismo principio que el código que se emplea en el lenguaje verbal. Es decir, al igual que las letras

puestas en conjunto con más letras para formar palabras, que a su vez representan objetos y conceptos, la reunión de números y símbolos matemáticos forman ecuaciones, problemas, etc.

Es importante entender los signos que conforman un código. Estos signos tienen la función de representar algo para alguien, de la misma manera como la palabra "mesa" hace referencia



comúnmente a un mueble con una superficie plana apoyada en cuatro patas. En el caso de las matemáticas ocurre lo mismo con la diferencia de que los conceptos que se usan en esta área no pueden ser percibidos de la misma manera que ocurre, por ejemplo, con las mesas. Es decir, estos conceptos, al ser abstractos, solo es posible entenderlos a través de signos que los representan. Por ejemplo, el número cuatro se puede representar de diferentes maneras:



Cuando estos signos aparecen agrupados de ciertas maneras, conforman representaciones matemáticas, como las ecuaciones, con las que se deben trabajar para realizar transformaciones entre ellos, es decir, realizar operaciones que conducen a nuevos conceptos expresados como resultados.

De esta manera, la interpretación de un problema matemático parte de la comprensión de estos signos para poder hacer de-

ducciones que puedan ser transformadas y expresadas a través de representaciones gráficas, como figuras geométricas, planos cartesianos, ecuaciones, etc.

Teniendo en cuenta lo anterior, es posible evidenciar la importancia de interpretar elementos no verbales y su transformación a otros tipos de representaciones que se acostumbra realizar en los ejercicios matemáticos, como puede verse ejemplificado en el proceso de resolución de la pregunta 2.

La resolución de problemas matemáticos exige no solo el desarrollo de las competencias matemáticas sino el desarrollo de habilidades de lectura para interpretar los distintos códigos que conforman el lenguaje. Es importante recordar que en matemáticas se lee con distintos propósitos: para resolver, para comprender, para proceder. Estos distintos tipos de lectura requieren ser enseñados. Es necesario que los docentes incorporen actividades como soporte para enseñar a leer e interpretar los distintos textos y representaciones, sin perder nunca de vista que las dificultades para resolver un problema parten de la práctica de la lectura atenta y el conocimiento sobre el contenido matemático que involucra.

Referencias

Arnal, M., Arteaga, B., Baeza, M.A., Cid, A. I., Claros, F.J., Joglar, N., Macías, J., Sánchez, T. y Tolmos, P. (2016). Una propuesta que facilita el uso eficaz de los libros de texto a los futuros profesores de matemáticas. Póster en XX Simposio SEIEM 2016. Málaga, 8-10/9/2016.

Blanco Nieto, L. J., Cárdenas Lizarazo, J. A., Caballero Carrasco, A., Cáceres García, M. J., Carvalho, J. L. T., Casas García, L. M., ... & Pino Ceballos, J. (2015). La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria. Cáceres: Universidad de Extremadura, Servicio de Publicaciones, 2015.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.

**LEER
PARA
SABER
MÁS**

Secretaría de Educación del Distrito

Avenida El Dorado No. 66 - 63
Teléfono: (57+1) 324 1000
Bogotá, D. C. - Colombia

www.educacionbogota.edu.co



@Educacionbogota



Educacionbogota



@Educacionbogota



@educacion_bogota



SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN

